

Anton NEGRILĂ
Maria NEGRILĂ

matematică **algebră** **geometrie**

clasa a VII-a

partea a II-a

ediția a XII-a, revizuită



mate 2000 – consolidare

Capitolul I. Ecuații și sisteme de ecuații liniare	5
1. Ecuații de gradul I cu o necunoscută	5
1.1. Echivalența ecuațiilor	6
1.2. Ecuații de gradul I cu o necunoscută. Ecuații reductibile la ecuații de gradul I cu o necunoscută	6
1.3. Relația de egalitate în mulțimea numerelor reale. Proprietăți	7
<i>Recapitulare și sistematizare prin teste</i>	16
<i>Test de autoevaluare</i>	19
2. Ecuații de gradul I cu două necunoscute	21
3. Sisteme de două ecuații de gradul I cu două necunoscute	22
4. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau al sistemelor de ecuații liniare	30
5. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	35
<i>Recapitulare și sistematizare prin teste</i>	36
<i>Test de autoevaluare</i>	39
Capitolul II. Elemente de organizare a datelor	41
1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Sistem de axe ortogonale în plan. Reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale. Distanța dintre două puncte din plan	41
<i>Recapitulare și sistematizare prin teste</i>	48
<i>Test de autoevaluare</i>	51
2. Dependența funcțională. Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice	53
3. Elemente de statistică matematică	56
GEOMETRIE	
Capitolul I. Asemănarea triunghiurilor	
1. Raportul a două segmente. Teorema lui Thales	62
1.1. Raportul a două segmente	62
1.2. Teorema lui Thales	65
<i>Test de autoevaluare</i>	71
2. Teorema fundamentală a asemănării. Criterii de asemănare a două triunghiuri	73
2.1. Teorema fundamentală a asemănării	73
<i>Test de autoevaluare</i>	79
2.2. Criterii de asemănare a două triunghiuri	81
3. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	84
<i>Recapitulare și sistematizare prin teste</i>	85
Capitolul II. Relații metrice în triunghiul dreptunghic	88
1. Teorema înălțimii	88
2. Teorema catetei	91
<i>Recapitulare și sistematizare prin teste</i>	95
<i>Test de autoevaluare</i>	97
3. Teorema lui Pitagora	99
4. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	107

<i>Recapitulare și sistematizare prin teste</i>	108
<i>Test de autoevaluare 1</i>	109
<i>Test de autoevaluare 2</i>	111
5. Noțiuni de trigonometrie	113
<i>Recapitulare și sistematizare prin teste</i>	118
6. Aria triunghiului. Rezolvarea triunghiului dreptunghic	120
7. Calculul elementelor în triunghiul echilateral, în pătrat și în hexagonul regulat.....	125
<i>Test de autoevaluare</i>	129
8. Aria patrulaterului	131
9. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	136
<i>Recapitulare și sistematizare prin teste</i>	137
<i>Test de autoevaluare</i>	139
Teste recapitulative	141
Modele de teste pentru Evaluarea Națională	147
RECAPITULARE ȘI EVALUARE FINALĂ	
Exerciții și probleme recapitulative pentru evaluarea finală	154
ALGEBRĂ	154
GEOMETRIE	163
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	168

Capitolul I

Ecuatii și sisteme de ecuații liniare

PP Competențe specifice

- C1.** Identificarea unei situații date rezolvabile prin ecuații sau sisteme de ecuații liniare
- C2.** Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare
- C3.** Utilizarea transformărilor echivalente în rezolvarea unor ecuații și sisteme de ecuații liniare
- C4.** Redactarea rezolvării ecuațiilor și sistemelor de ecuații liniare
- C5.** Stabilirea unor metode de rezolvare a ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare
- C6.** Transpunerea matematică a unor situații date, utilizând ecuații și/sau sisteme de ecuații liniare

PE-PP 1. Ecuații de gradul I cu o necunoscută



Ecuațiile sunt propoziții matematice cu una sau mai multe variabile, în care apare o singură dată semnul egal („=”).

Exemple:

1. $2x - 7 = x + 2$;

2. $3y + 2y - 8 = 0$;

3. $3(z + 2) = 3z + 6$.

Observații:

- $x, y, z, \dots$ poartă denumirea de variabile (necunoscute).
- Ceea ce este scris în stânga semnului egal se numește membrul stâng al ecuației, iar ceea ce este scris în dreapta semnului egal poartă denumirea de membrul drept al ecuației.

DEFINIȚII: Un număr real se numește **soluție** pentru o ecuație dacă, înlocuind necunoscuta cu acel număr în ecuația dată, propoziția obținută este adevărată. Mulțimea soluțiilor unei ecuații se notează cu S .

O ecuație de forma $ax + b = 0$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, se numește **ecuație de gradul I cu o necunoscută**. Numerele reale a și b se numesc **coeficienți** (a este **coeficientul necunoscutei**, iar b se numește **termen liber**), iar x se numește **necunoscută** sau **variabilă**.

Se numește **soluție** a ecuației $ax + b = 0$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, un număr $x_0 \in \mathbb{R}$ pentru care propoziția $ax_0 + b = 0$ este adevărată.

A rezolva o ecuație înseamnă a determina toate soluțiile sale. Aceste soluții formează mulțimea soluțiilor ecuației date și se notează, de regulă, cu S .

Dacă după o ecuație urmează o precizare de forma $x \in M$, aceasta indică mulțimea în care ia valori necunoscuta. Se spune că ecuația dată este definită pe mulțimea M (sau că se rezolvă în mulțimea M). Dacă nu se face nicio precizare, se consideră $M = \mathbb{R}$.

Exemple:

- Numărul 9 este soluție a ecuației $2x - 7 = x + 2$ pentru că, înlocuind în ecuație pe x cu 9, se obține o propoziție adevărată: $2 \cdot 9 - 7 = 9 + 2$ (A).
- Orice număr real este soluție pentru ecuația $3(z + 2) = 3z + 6$; din această cauză, ecuația se mai numește și **identitate**.
- Există ecuații care nu au nicio soluție reală.

Exemple: $4(x - 3) = 4x + 10$; $2z + 5 = 2(z + 9)$ etc.

Mulțimea soluțiilor acestor ecuații este $\emptyset$.

1.1. ECHIVALENȚA ECUAȚIILOR

Înlocuind necunoscuta x cu numărul 3 în ecuația $3x + 2 = 11$, constatăm că obținem o propoziție adevărată: $3 \cdot 3 + 2 = 11$. Deci, numărul 3 este soluție a ecuației. Putem spune că am rezolvat ecuația? Nu încă, deoarece nu suntem siguri că am aflat toate soluțiile. Să presupunem că numărul a este soluție (și el) a ecuației $3x + 2 = 11$. Atunci, înlocuind necunoscuta x cu numărul a , obținem propoziția adevărată (egalitatea) $3a + 2 = 11$. Vom scădea din ambii membri ai ei numărul 2, de unde rezultă că $3a + 2 - 2 = 11 - 2$, adică $3a = 9$. Vom împărți ambii membri cu 3 și obținem $a = 9 : 3$. Deci, $a = 3$.

Numai acum putem afirma că am rezolvat ecuația; ea are o singură soluție, și anume numărul 3. Și ecuația $x = 3$ are ca soluție doar numărul 3.

Deci, ecuațiile: $3x + 2 = 11$ și $x = 3$ au aceeași soluție, ele fiind **echivalente**.

Două ecuații sunt echivalente în cazul în care au aceeași soluții. O ecuație simplă de forma $x = a$, unde a este număr real dat, are ca soluție doar numărul a . Atunci când rezolvăm o ecuație oarecare, încercăm să găsim o alta, de forma $x = a$, care să fie echivalentă cu cea dată. Putem folosi următoarele reguli, care conduc la ecuații echivalente:

- 1) Se pot trece termenii dintr-un membru în celălalt, schimbându-le semnul.
- 2) Se pot înmulți (împărți) ambii membri ai ecuației cu numere diferite de zero.

1.2. ECUAȚII DE GRADUL I CU O NECUNOSCUȚĂ.

ECUAȚII REDUCTIBILE LA ECUAȚII DE GRADUL I CU O NECUNOSCUȚĂ

În general, o ecuație de forma $ax + b = 0$, unde a și b sunt numere reale (iar $a \neq 0$), va fi numită ecuație de gradul I cu o necunoscută.

O asemenea ecuație se rezolvă în două etape:

1. Scădem din ambii membri pe b și obținem $ax = -b$.

2. Împărțim ambii membri cu a și obținem $x = -\frac{b}{a}$. Această ultimă ecuație are evident

ca unică soluție numărul real $-\frac{b}{a}$ și este echivalentă cu ecuația $ax + b = 0$.

● Dacă $a = 0$ și $b = 0$, atunci propoziția cu o variabilă $ax = -b$ se scrie $0x = 0$, deci orice număr real este soluție a ecuației.

● Dacă $a = 0$, $b \neq 0$, atunci propoziția cu o variabilă $ax = -b$ devine $0x = -b$, ceea ce este imposibil, deoarece produsul niciunui număr real cu zero nu este un număr real diferit de zero. În general, ecuațiile nu se prezintă sub această formă simplă, însă le putem aduce la aceasta folosind regulile care conduc la ecuații echivalente.

1.3. RELAȚIA DE EGALITATE ÎN MULȚIMEA NUMERELOR REALE. PROPRIETĂȚI

Spunem că două numere reale a și b sunt egale dacă se reprezintă în același punct pe axa numerelor.



Exemple:

1. Dacă $a = 3$ și $b = \sqrt{9}$, atunci $a = b$, deoarece $\sqrt{9} = 3$.

2. Dacă $a = (2 - \sqrt{3})^2$ și $b = 7 - 4\sqrt{3}$, atunci $a = b$, deoarece $(2 - \sqrt{3})^2 = 7 - 4\sqrt{3}$.

Proprietățile relației de egalitate pe mulțimea numerelor reale:

- 1. Reflexivitatea:** $x = x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 2. Simetria:** dacă $x = y$, atunci $y = x$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
- 3. Tranzitivitatea:** dacă $x = y$ și $y = z$, atunci $x = z$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$.

Egalitatea se păstrează dacă adunăm (scădem) din ambii membri ai unei egalități același termen sau dacă înmulțim (împărțim) o egalitate printr-un factor nenul. Adică au loc următoarele echivalențe, numite proprietăți de compatibilitate între relația de egalitate și operațiile cu numere reale:

$$a = b \Leftrightarrow a + x = b + x, (\forall) a, b, x \in \mathbb{R};$$

$$a = b \Leftrightarrow a - x = b - x, (\forall) a, b, x \in \mathbb{R};$$

$$a = b \Leftrightarrow a \cdot x = b \cdot x, (\forall) a, b, x \in \mathbb{R} (x \neq 0);$$

$$a = b \Leftrightarrow a : x = b : x, (\forall) a, b, x \in \mathbb{R} (x \neq 0).$$

Pe scurt, putem spune că:

● dacă două egalități se adună, se scad, se înmulțesc sau se împart membru cu membru, se obține tot o egalitate. Altfel spus, avem:

$$\text{dacă } \begin{cases} a = b \\ c = d \end{cases}, \text{ atunci } \begin{cases} a + c = b + d \\ a - c = b - d \end{cases} \text{ și } \begin{cases} a \cdot c = b \cdot d \\ \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \end{cases} (c \neq 0; d \neq 0)$$

Exemplu: Demonstrați că dacă $x^2 + y^2 = 2xy$, atunci $x = y$.

Adunând în ambii membri ai egalității numărul real $-2xy$, obținem egalitatea $x^2 + y^2 - 2xy = 2xy - 2xy$, care este echivalentă cu egalitatea $(x - y)^2 = 0$. Deoarece pătratul unui număr real este zero doar când numărul dat este zero, rezultă $x - y = 0$. Adunând în ambii membri ai egalității numărul y , rezultă $x = y$.

1. Determinați valorile reale ale lui x pentru care egalitățile de mai jos sunt adevărate:

- | | | | |
|---------------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) $2x + 3 = 7$; | b) $4x - 7 = 9$; | c) $2x - 1 = -9$; | d) $6x - 5 = 7$; |
| e) $3x + 14 = 23$; | f) $4x - 3 = -19$; | g) $2x - 9 = -17$; | h) $2x + 13 = 5$; |
| i) $2x + 5 = 13$; | j) $3x + 7 = 16$; | k) $2x - 1 = x + 3$; | l) $3x - 2 = x + 6$; |
| m) $4x + 7 = 31$; | n) $-2x + 5 = 11$; | o) $5x + 6 = -14$; | p) $-6x + 11 = -25$. |

2. Stabiliți mulțimea soluțiilor pentru fiecare ecuație în parte:

- | | | | |
|-----------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| a) $3x + 8 = 14$; | b) $2x - 3 = x + 2$; | c) $3x + 2 = x - 6$; | d) $4x + 3 = x - 15$; |
| e) $3x - 8 = x + 4$; | f) $3x - 11 = x - 23$; | g) $4x + 5 = 2x + 13$; | h) $5x - 9 = 3x + 1$; |
| i) $3x + 11 = -10$; | j) $-7x + 19 = -16$; | k) $5(x + 3) = -20$; | l) $3x = x - 18$; |
| m) $-6x + 22 = -20$; | n) $-11x - 91 = 30$; | o) $4x + 15 = -5$; | p) $8x = x + 49$. |

3. Rezolvați ecuațiile:

- | | | | |
|--------------------------------|--|-----------------------------------|---------------------------|
| a) $-9x + 17 = -10$; | b) $3(x + 2) = 27$; | c) $(x + 2) : 3 = -6$; | d) $2(x + 1) - 3 = 5$; |
| e) $7 - 2(x + 3) = -11$; | f) $15 + 3(x - 1) = -6$; | g) $7(x - 2) - 13 = 8$; | h) $6(x - 3) + 7 = -35$; |
| i) $4 - 3(x + 5) = -17$; | j) $(3x + 1) : 5 = 5$; | k) $3x - 8 = 13$; | l) $-9 + 7x = 5x + 11$; |
| m) $6x - 13 = 2x - 1$; | n) $2,5x - 3(1,5x + 2) = 4,8$; | o) $5x - 9 + 2x = 19$; | |
| p) $2x + \frac{1}{3} = -0,6$; | r) $2x + \frac{1}{2} = -0,75 + \frac{1}{3}x$; | s) $\frac{3(x-5)}{2} = 5x - 18$. | |

4. Arătați că următoarele ecuații sunt echivalente:

- | | |
|---|---|
| a) $2x + 1 = 7$ și $3x - 4 = 5$; | b) $3(x - 2) = 12$ și $3(x + 5) = 33$; |
| c) $7(x + 1) = 6x$ și $3(x + 1) = -18$; | d) $3x + 24 = -6$ și $-2(x - 1) = 22$; |
| e) $5(x + 4) = 25$ și $-6(2x - 5) = 18$; | f) $4x - 13 = 11$ și $7(x + 3) = 63$. |

5. a) Determinați valoarea numărului real m , știind că 3 este soluție a ecuației:

$$4(m + 1)x - 5mx + 7 = 2m - 6.$$

b) Determinați valoarea numărului real m , știind că -2 este soluție a ecuației:

$$3(m - 2)x - 2mx + 9 = 5m + 56.$$

c) Calculați valoarea numărului real m , pentru care 2 este soluție a ecuației:

$$7mx - 3(2m + 5)x - 11 = 4m - 17.$$

d) Aflați valoarea numărului real m , pentru care -3 este soluție a ecuației:

$$-9mx + 8(3m - 4)x + 18 - m = 36 + 6m.$$

e) Determinați valoarea numărului real m , pentru care -4 este soluție a ecuației:

$$3mx - 2(3m - 4)x + 13 + 7m = 14 + 8m.$$

6. a) Determinați valoarea reală a numărului a , știind că -3 este soluție a ecuației:

$$4x - a(x + 5) = 2ax + 16.$$

b) Determinați $a \in \mathbb{R}$, știind că 4 este soluție a ecuației: $a(7 - x) - 2x = 5ax + 26$.

c) Determinați numărul real a pentru care ecuația $2x + a = 4x + 3$ are soluția -2 .

d) Determinați numărul real a pentru care ecuația $2ax + 5(x - 1) = 7x + 13 - 3a$ are soluția 1.

e) Determinați numărul real a pentru care ecuația $a(x + 2) + 3(x - 1) = ax - 3$ are soluția 2.

f) Determinați numărul real a pentru care ecuația $2x - a(x + 3) = 7ax + 27$ are soluția -5 .

g) Determinați numărul real a pentru care ecuația $-3x + 4(ax - 1) = 6x + 2 - 7(a + 2)$ are soluția 3.

h) Determinați numărul real a pentru care ecuația $3(a - 1)(x + 2) - 2(2a - 1)(2x + 1) = 7x + 3ax - 2$ are soluția 2.

7. Determinați valorile reale ale lui a , pentru care ecuațiile următoare sunt echivalente:

- a) $-4(3 - x) - 2 = 4 + 3(1 - x)$ și $a - x(a + 1) = 1$;
 b) $2(3x - 4) - 4a = x(a + 1)$ și $x - 5(x + 1) = x(-1)^{2019} + 1$;
 c) $3 - x = 2(x - 5a) + a$ și $2(3x - 2a) + 3 = 5(x + 1)$;
 d) $x - 3(2x - 5) = 5(x - 1)$ și $a(x - 1) = 2a + 3$;
 e) $ax - 1 + 2(-ax + 1) = x - a$ și $3x + 4 - 2(x - 1) = 5(x - 3) + 3(6 - x)$.

8. Rezolvați ecuațiile în mulțimea numerelor reale:

- a) $4(x + 2) - 3x = -17$; b) $6(x + 5) - 3x = 21$; c) $11 - 3(x + 5) = 2x + 1$;
 d) $32 - 7(x - 5) = 3(x - 1)$; e) $4(x - 6) + 2x = 18$; f) $4(x + 7) - 15 = 3x$;
 g) $14 - 8(x + 3) = 2x$; h) $6(x + 3) - 4 = 2x - 42$;
 i) $6(x - 4) + 44 = 4(2x + 1) + 2x$; j) $5(2x - 3) - 4x = 3(x - 8) + 63$;
 k) $3(x + 2) - 8 = 2(4x + 3) - 3x$; l) $4(3x + 2) + 3(2x + 3) = 7(2x + 5) + 28$;
 m) $4(x + 5) - 5(x + 3) = x - 5$; n) $2(x + 3) - 3(2x + 1) = 8(2x - 1) - 9$;
 o) $3(2x + 3) - 2(3x + 2) = -3(x + 2) + 2$; p) $-3x + 5 - 4(x - 1) = -2(x + 1) - 24$;
 r) $x - 15 + 3(x + 1) = 5(x - 2) + 11$; s) $5(x + 2) - 2(2x + 3) = 34 - 5x$.

9. Determinați valorile reale ale numărului m , știind că ecuațiile următoare sunt echivalente:

- a) $2(x - 3) - 3 = x - 2$ și $5mx - (m + 4)x + 3 = 3m + 25$;
 b) $3(2x + 1) - 10 = 2(x - 3) + 11$ și $2mx + 3(m - 1)x + 7 = 4(2m + 1) - 27$;
 c) $2(2x - 3) + 19 = 3(x + 7) - 10$ și $2(m + 2)x - 7mx + 11 = 5(3m + 4) - 42$;
 d) $2(x + 3) - 15 = x + 1$ și $2mx - 8(m + 2) = 4(m + 4)$;
 e) $4x + 17 = 3(x + 1) + 21$ și $4(m - 2)x + 3x = 12m + 61$;
 f) $3(x + 5) - 11 = 2(x + 2) + 3$ și $5mx - x(m - 2) = 2mx + 18$;
 g) $4x + 2(x - 5) = 3(x + 1) + 8$ și $x(m + 2) - 3(m + 1) = mx - 16$.

10. Rezolvați ecuațiile în mulțimea numerelor reale:

- a) $5(3x - 2) - 6(8x - 13) - 13x = 16(8 - 3x) - 62$;
 b) $2(3x - 4) + 5(6x - 7) - 7x = 16(x + 15) - 10$;
 c) $3(6x - 5) - 2(4x + 13) + 5 = 5(4 - x) - 26$;
 d) $7x + 4 + 2(x - 5) = 8x + 1$; e) $2(3x + 4) - 5(2x - 3) + 7 = 7(x - 1) + 4$;
 f) $2(x + 3) - 5(2x + 1) = 12x - 19$; g) $3(2x + 3) + 2(3x + 2) = 9x + 4$;
 h) $5(x - 2) - 2x - (6 + 7x) = 3(-x - 1)$; i) $4(x + 6) - 6(x - 1) = 3x - 5$;
 j) $6(x + 2) - 2(2x + 3) + 4x = 36$; k) $3(x + 2) - (4x + 1) = 2(4 - x)$;
 l) $5(x - 2) + 4x - 3 = 6x + 11$; m) $5(x + 2) - (7 + 5x) = 3x$;
 n) $5(x - 1) + 3x - 4 = 3x + 11$; o) $7(x + 3) - 3x = 5 + 6(x + 5) - 4x$.

11. Rezolvați ecuațiile în mulțimea numerelor reale:

- a) $5x + 9 + 3(2x - 1) = 2x + 24$; b) $7x + 8 - 2(x - 5) = 6 + 2(x + 3)$;
 c) $4x + 7 + 5(x + 3) = 2x + 1$; d) $4(x + 3) - 2(5 - x) = 3x + 11$;
 e) $3x + 9 + 2(3 - x) = 4 + 2(x + 5)$; f) $2(5x - 3) + 4x - 3(7 - 2x) = 5(3x + 1) + 8$;
 g) $5(2x - 3) + 3(5x - 6) + 13 = 8(3x + 7) - 63$;
 h) $7(4x - 3) - 4(3x + 8) + 25 = 3(4x + 9) - 43$;
 i) $3(4x - 5) - 3(2x + 7) + 32 = 2(2x + 1) - 14$;
 j) $6(x + 3) - 3(x + 1) + 5 = -3x - 2(2x + 5)$;
 k) $3(2x - 1) - 5(x + 1) - 15 = 35 - 4(x + 2)$;
 l) $5(3x + 4) - 7(4x + 9) + 47 = 28 - 3(5x + 6)$.

12. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuațiile:

- a) $4(x+3) - 3(2x+3) = 7(x+4) - 15(x+1) + 8$;
 b) $5(2x-3) - 3(2x+1) - 48 = 4(x+3) - 4(4x+7) + 30$;
 c) $5(3x+14) - 4(5x+12) - 15 = 2(x+38) - 4(2x+13) - 11$;
 d) $9(4x-3) - 7(3x+5) = 5(3x+10) - 4(2x+15) - 4$;
 e) $2x(x+1) - 3(x+4) = 2x(x-3) + 8$.

13. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

- a) $7(x+2) - 2(x-4) = 6(x+2) - 9$; b) $10(x-1) - 3(4x-7) - 2 = 4(3x-5) + 1$;
 c) $3(2x-7) - 5(x-2) - 3 = 2(x-7) + 7$; d) $4(x-5) + 3(3x-5) = 2(2x+5) - 9$;
 e) $5(2x+1) - 8(1-x) = 2(3x+2) + 5$; f) $3(5+4x) - 6(x+2) = 5(2x-1) - 4$;
 g) $18(2-x) + 6(7x-12) = 5(2x-1) - 3$; h) $2(3x+4) - 5(2x-3) = 7(x-3) + 11$;
 i) $4(9x-4) - 3(3x-10) + 11 = 4(2x-21) - 5$;
 j) $2(5x-4) + 6(4x-3) + 11 = 6(3x-4) - 7$.

14. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

- a) $3(4x-7) - 4(5-3x) = 10x - 13$; b) $5(2x-1) - (15+19x) = 3x - 6(x+2)$;
 c) $3(2x-7) - 5(x-2) = 2x - 4$; d) $5(2x+1) - 2(3x+2) + 3x = 13 - 5x$;
 e) $5(2x-1) - 3(1-x) - 6(7x-12) = 15(8-x) - 84$;
 f) $5(3-2x) - 3x - 2 - 6(2x-3) = 2(3-4x) - 2(3x+4)$;
 g) $4(9x-4) - 2(7-2x) - 7x = 5(x-22) - 3(10-3x) - 4$;
 h) $2(5x-4) - (3x+2) - 3(5x-10) = 3x - 6(4x-3) - 11$.

PE **Aplicare și exersare ******15.** Rezolvați ecuațiile următoare în mulțimea numerelor întregi:

- a) $2[6(x+3) - 3(x+5)] - 4x = 6(x+7)$; b) $7x - 3[7(x+3) - 5(x+4)] = 5(x+1)$;
 c) $2[15 + 3(x-1)] = 4(x+7)$; d) $3[4x - 3(x+5)] = 2(2x-23) - 19$;
 e) $4[5(x-2) - 3(x-4)] + 5x - 11 = 6(x+2) - 1$;
 f) $2[18 - 4(3x-9)] - 9 = 3[19 - 5(2x-3)] - 21$;
 g) $2[15 - 4(3x-8)] - 7 = 3[18 - 5(2x-3)] + 18$.

16. Rezolvați ecuațiile următoare în mulțimea numerelor reale:

- a) $2[7(2x-1) - 3(4x-3)] - 12 = 5[1 - 2(2-3x)] - 19$;
 b) $19 - 3[2(2+5x) - 11(2x+1)] = 2[8 - 3(3-4x)] + 6$;
 c) $3[3(2x-5) - 2(4x-1)] + 26 = 4[4(x+3) - 3(x+2)] + 13$;
 d) $2[5(3x-4) - 4(2x-9) - 8] - 7 = 41 - 2[3(2x-5) + 18]$;
 e) $2\{7x - 3[3(x+1) - 2(x+4)] - 9\} = 5(x+3)$;
 f) $(x-5)\{9x - 4[5(x-2) - 3(x-4)] + 3\} = x(x+2) + 1$.

17. Rezolvați următoarele ecuații în mulțimea numerelor reale:

- a) $\frac{x+3}{2} + \frac{x}{4} + \frac{2x+5}{6} = \frac{x+1}{4} - \frac{5}{12}$; b) $\frac{2x-1}{20} + \frac{x+2}{15} - \frac{1}{4} = \frac{x+1}{12} + \frac{7}{12}$;
 c) $\frac{2x+1}{3} + \frac{x}{6} - \frac{3}{4} = 2\frac{11}{12} + \frac{x-4}{2}$; d) $\frac{8x-7}{7} - \frac{2x+9}{6} = \frac{6x+11}{14} - \frac{5}{21}$;
 e) $\frac{4x+5}{14} - \frac{4(3x-11)}{21} = \frac{2(3-x)}{6} + \frac{9}{14}$; f) $\frac{7x+6}{30} - \frac{2x-9}{12} = \frac{2x+13}{30} - \frac{x+8}{20} + \frac{2}{3}$.

18. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{R}$ ecuațiile:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{3x+7}{10} - \frac{4x-9}{18} = \frac{12x+7}{45} + \frac{1}{10}; & \text{b)} \frac{2x-3}{3} - \frac{4x+3}{4} = \frac{2-3x}{2} - \frac{5}{12}; \\ \text{c)} \frac{3x+14}{4} - \frac{5x+12}{5} - \frac{x+38}{10} = \frac{3}{4} - \frac{2x+13}{5} - \frac{11}{20}; & \text{e)} \frac{6x-5}{3} - \frac{5x-9}{8} = \frac{1}{12} - \frac{7-10x}{8}; \\ \text{d)} \frac{3x-5}{4} - \frac{x-7}{6} - \frac{x-5}{3} = 1; & \text{g)} \frac{3x-2}{6} - \frac{2x+5}{3} = 1 - \frac{1}{24} - \frac{2x+5}{8}; \\ \text{f)} \frac{2x-1}{2} + \frac{4x-3}{3} = 2x+7 - 4\frac{1}{6}; & \text{i)} \frac{x}{4} - 6 = \frac{2-x}{3} + \frac{1}{3}; \\ \text{h)} \frac{2x+3}{15} + \frac{3x+2}{20} = \frac{3x+8}{12} - \frac{2}{60}; & \text{k)} \frac{3(x+2)}{8} + \frac{x}{4} = \frac{5(x-3)}{6} + 2. \\ \text{j)} \frac{5(x-4)}{6} + x = \frac{x+2}{3} - 3; \end{array}$$

19. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Q}$ ecuațiile:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{3x-5}{7} + \frac{x+4}{2} = \frac{5x-7}{14} + \frac{x}{2}; & \text{b)} \frac{3x}{10} - \frac{x+1}{5} = \frac{x+3}{2} + \frac{2x+3}{5} - 1\frac{1}{10}; \\ \text{c)} \frac{2(3x+1)}{15} + \frac{x+5}{3} = \frac{3x-2}{5} - \frac{3(x+1)}{15} + \frac{2}{5}; & \text{e)} \frac{x+5}{5} - \frac{x+3}{4} = \frac{3x}{10} - \frac{x+1}{4}; \\ \text{d)} \frac{6x-5}{12} - \frac{3x+1}{6} = \frac{4x-3}{3} - \frac{5x+1}{4}; & \text{g)} \frac{5x-6}{3} - \frac{4x-7}{2} = \frac{19}{6} - \frac{4x-10}{3}; \\ \text{f)} \frac{x}{5} + \frac{x+4}{10} = \frac{x-1}{6} - \frac{x+3}{5} + \frac{15}{30}; & \text{i)} \frac{2x-1}{3} - \frac{x-5}{2} = \frac{5x+8}{6} - \frac{2x-7}{2}; \\ \text{h)} \frac{2x-5}{4} + \frac{x-7}{3} = \frac{4x+11}{4} - 7; & \text{k)} \frac{x+5}{3} - \frac{x-5}{6} = \frac{7}{12} - \frac{2x+3}{4}. \\ \text{j)} 3x+4 - \frac{5x-9}{2} = \frac{3x+10}{4} - \frac{x-6}{2}; \end{array}$$

20. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Q}$ ecuațiile:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{3x-5}{2} - \frac{5x+1}{4} + 1 = \frac{2x+6}{8} - \frac{x-4}{2}; & \text{b)} \frac{2x+7}{6} - \frac{3(x+1)}{5} = \frac{3x+1}{15} - \frac{x+11}{30}; \\ \text{c)} 4(x-2) + \frac{3x+7}{2} = 5(x+3) - \frac{x-5}{2}; & \text{d)} 5(x+2) + \frac{3x-7}{2} = 5(x+8) - \frac{x-9}{2}; \\ \text{e)} \frac{4x-5}{6} - \frac{3x+2}{3} = \frac{x-1}{2} + 1\frac{1}{2}; & \text{f)} \frac{4x+7}{5} - \frac{3x+2}{2} = \frac{4(3x-4)}{5} - 1\frac{1}{2}(x-3) + \frac{7}{10}; \\ \text{g)} \frac{3(x+4)}{7} - \frac{2x+9}{3} = 1\frac{1}{7}(x+5) - 1\frac{2}{3}(x+3); & \\ \text{h)} 2\frac{2}{5} - \frac{4(x+1)}{3} + \frac{7x+4}{5} = \frac{2(x+3)}{5} - \frac{2x+5}{3}; & \\ \text{i)} \frac{3(2x+1)}{7} - \frac{2(x+5)}{6} = \frac{3x-3}{21} - \frac{5(x+1)}{14}; & \end{array}$$

$$a) \frac{10x+3}{3} + \frac{1-3x}{5} = \frac{8x+4}{3} + \frac{1}{5};$$

$$b) \frac{5x-7}{10} + \frac{2x+17}{15} = \frac{3x-4}{6} + 1\frac{7}{30};$$

$$c) \frac{x}{9} + \frac{3x-7}{18} + \frac{3-2x}{10} = \frac{2x+5}{45} + \frac{1}{6};$$

$$d) \frac{5x-4}{5} - \frac{3x-8}{6} = \frac{2x+7}{10} + \frac{11}{15};$$

$$e) \frac{4x-9}{3} - \frac{3x-40}{9} = \frac{2x+5}{6} + 1\frac{5}{18};$$

$$f) \frac{2x+3}{7} - \frac{6-5x}{3} = \frac{24x+12}{21} + \frac{2}{7};$$

$$g) \frac{2x-3}{3} - \frac{2-3x}{2} = \frac{4x+3}{4} - \frac{5}{12};$$

$$h) 6 - \frac{2-3x}{3} - \frac{4(x+3)}{5} = \frac{5(x+2)}{2} + \frac{7}{30};$$

$$i) \frac{3x+5}{4} - \frac{x+7}{6} = 1 - \frac{5-x}{3};$$

$$j) x + \frac{2x-7}{2} - \frac{3x+1}{5} = 5 - \frac{x+6}{2}.$$

22. Rezolvați ecuațiile următoare în mulțimea numerelor reale:

$$a) 2 \cdot \left[\frac{3}{2} \cdot \left(x + \frac{x+2}{3} \right) - \frac{x}{4} \right] = \frac{3x-4}{2};$$

$$b) 5 \left[\left(\frac{4x+3}{5} - x \right) \cdot 2 + \frac{x}{2} \right] = \frac{2x+1}{2};$$

$$c) \frac{3x+2}{2} - 2 \left[\frac{9x-4}{2} - 3 \left(\frac{x}{2} + \frac{7x-6}{2} \right) \right] = \frac{7x-6}{2};$$

$$d) \frac{3x+14}{2} - \left[\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2x-5}{3} - \frac{x+3}{9} \right) \right] = \frac{2(x+1)}{3} - \frac{x-12}{2};$$

$$e) \frac{3x+7}{2} + 2 \left[2 + 3 \left(2x - \frac{5x+1}{3} \right) \right] + \frac{5x-18}{6} = \frac{3(6x+1)+4}{6};$$

$$f) \left[\left(\frac{x+1}{3} + \frac{x}{2} \right) \cdot \frac{3}{2} - x \right] \cdot 2 = \frac{4x-1}{2}.$$

23. Rezolvați ecuațiile următoare în mulțimea numerelor reale:

$$a) 3 \left\{ \left[\left(x - \frac{x+3}{4} \right) \cdot 2 - \frac{x}{3} \right] \cdot \frac{2}{3} - \frac{2x}{3} \right\} = \frac{6-2x}{3};$$

$$b) \frac{2}{3} \left[\frac{3(3x+14)}{4} - \frac{1}{4} \left(\frac{2x+3}{4} - \frac{3x-2}{5} \right) \right] = \frac{1}{3} \left[\frac{3(5x+19)}{2} - \frac{3}{2} \left(\frac{2x-3}{5} + \frac{13-x}{2} \right) - 3x \right];$$

$$c) 3 \left[\left(2x - \frac{x+1}{3} \right) \cdot 2 + 1\frac{1}{3} \right] + 2x - 4 = 5x + 12;$$

$$d) 2 \left\{ \left[\left(3x - \frac{2x+3}{2} \right) \cdot \frac{1}{3} + \frac{2x+1}{3} \right] \cdot \frac{3}{2} - \frac{x}{4} \right\} = \frac{2x+3}{2}.$$

24. Rezolvați ecuațiile următoare în mulțimea numerelor reale:

$$a) \frac{3x+10}{4} - 2 \left[\frac{9x-4}{3} - 3 \left(\frac{x}{2} + \frac{7x-6}{4} \right) \right] = \frac{7x+5}{2};$$

$$b) \frac{x+1}{2} - \frac{2x-7}{3} = \frac{3}{4} \left(\frac{2x-5}{3} - \frac{x+3}{9} \right) - \frac{3x-5}{2};$$

$$c) 2 \left[2x - 5 \left(\frac{3x+1}{4} - \frac{2x+1}{3} \right) \right] = (x+1) \left(\frac{x+1}{2} - \frac{2x+1}{4} \right);$$

$$d) 3 \left\{ 1 + \frac{2}{3} \left[2 + 3 \left(2x - \frac{5x+1}{3} \right) \right] - \frac{x}{2} \right\} = \frac{4x+25}{6};$$

$$e) \left[x - \frac{1}{3} \left(\frac{2x+3}{4} - \frac{3x-2}{5} \right) \right] \cdot \frac{1}{2} = \frac{x+5}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{2x-3}{5} + \frac{13-x}{2} \right);$$

$$f) 2x - \frac{1}{3} \left(\frac{6x-7}{4} - \frac{5x-2}{3} \right) = \frac{3x}{2} - \left[\frac{x}{2} - \frac{1}{3} \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{6} \right) \right].$$

25. Rezolvați în mulțimea numerelor reale următoarele ecuații:

$$a) \sqrt{3}(x-2) + 2\sqrt{3}(x+1) = 6\sqrt{3};$$

$$b) 2\sqrt{3}(x+2) + 4\sqrt{6} = 3\sqrt{3}(2x+2\sqrt{2}) - 2\sqrt{3}x;$$

$$c) 2x(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - \sqrt{2}(3+2x) = \sqrt{3}(x + \sqrt{2});$$

$$d) 3x(\sqrt{3} + \sqrt{5}) - x(3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}(x + 3\sqrt{5});$$

$$e) 2\sqrt{3}(x + \sqrt{6}) - x(\sqrt{3} + 1) = 7\sqrt{2} - x;$$

$$f) 5\sqrt{2}(x - \sqrt{8}) - 2(x-5) = x(3\sqrt{2} - 2);$$

$$g) \sqrt{5}(x + \sqrt{10}) - 2\sqrt{2}(3 - x\sqrt{10}) = 7x\sqrt{5} + 5\sqrt{2}.$$

26. Rezolvați în mulțimea numerelor reale următoarele ecuații:

$$a) x(3 + 2\sqrt{2}) + 3\sqrt{2}(x + 2\sqrt{2}) = \sqrt{2}(2\sqrt{2} - x) - 1;$$

$$b) 2x(4 + 2\sqrt{3}) - 2\sqrt{3}(3\sqrt{3} - x) = \sqrt{3}(5x + 3\sqrt{3}) - 2(9 - 4x);$$

$$c) x(7 + 4\sqrt{3}) + 2(2 + \sqrt{3}) = 2\sqrt{3}(2x + 1) - 3;$$

$$d) 2x\sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2} - (2\sqrt{3} - \sqrt{5})x = x\sqrt{20} + \sqrt{125};$$

$$e) 4(2x + 3\sqrt{3}) - 2x(\sqrt{3} - 1) = 2\sqrt{3}(x + 5);$$

$$f) 2x\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} + \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} = \sqrt{27} - 4(\sqrt{3} - x);$$

$$g) x\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = x\sqrt{(2 + \sqrt{5})^2} - \sqrt{(2 + \sqrt{5})^2};$$

$$h) x(5 + 2\sqrt{6}) - 2x\sqrt{(1 - \sqrt{6})^2} = 7\sqrt{3} - \sqrt{98};$$

$$i) \sqrt{2}(\sqrt{3}x + 1) + \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} = 2x\sqrt{(1 + \sqrt{6})^2} - \sqrt{3}(\sqrt{2}x + 1);$$

$$j) 2x\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = \sqrt{(\sqrt{3} - 5)^2} - x\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2};$$

$$k) x\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2} - \sqrt{(3 + \sqrt{5})^2} = \sqrt{(1 + \sqrt{5})^2} - 2x\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}.$$

27. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Q}$ ecuațiile:

$$a) \frac{x}{10} - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2} - \frac{x+1}{5} \right) = \frac{1-x}{4};$$

$$b) x - \frac{1}{15} \left(\frac{x}{2} - \frac{4-3x}{5} \right) = \frac{7x - \frac{x-3}{2}}{5} - \frac{11}{150};$$

$$c) \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{x+2}{2} - \frac{2x-1}{3} \right) = \frac{1}{4}; \quad d) 1 - \frac{1}{3} \left(x - \frac{x+1}{3} \right) = \frac{x}{2} - \frac{2x - \frac{10-7x}{3}}{2} + \frac{8}{9}.$$

28. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Q}$ ecuațiile:

$$a) x \cdot 3^{2020} = (3^{2020} - 1) : \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{2019}} \right);$$

$$b) x \left(1 - \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{4} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{2020} \right) = \frac{1}{2020};$$

$$c) x \left(-\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{4 \cdot 5} - \dots - \frac{1}{2019 \cdot 2020} \right) = -\frac{2019}{2020}.$$

29. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Q}$ ecuațiile:

$$a) |x-3| = 4; \quad b) |x+2| = 5; \quad c) |2x-1| = 5; \quad d) \left| \frac{2x+1}{3} \right| = 3;$$

$$e) |2x+5| + |4x+10| = 21; \quad f) |2x-3| + |6x-9| = 36.$$

30. Scrieți elementele mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid |x-3| + |2x-6| + |3x-9| + |4x-12| = 50\}$.

31. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Q}$ ecuațiile:

$$\begin{array}{llll} a) |x| = 3; & b) 8 - |x| = 3; & c) |-x| = 1; & d) -7 + |-x| = -2; \\ e) |x-1| = 11; & f) 5 - |x-4| = 2; & g) |2-x| = 5; & h) 9 - |5-x| = -3; \\ i) |2x+3| = 7; & j) 11 - |2x+1| = -4; & k) -16 + |2x-1| = -5; & \\ l) -17 + |-2x-7| = -8; & m) 13 - |-2x-5| = 4; & n) -14 + |-x-4| = -6. & \end{array}$$

32. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuațiile:

$$\begin{array}{llll} a) \|x+3|-7\| = 4; & b) \|x+2|-5\| = 8; & c) \|x+1|-4\| = 7; & d) \|9-|x+4|\| = 12; \\ e) \|10-|x-3|\| = 6; & f) \|9-|x-4|\| = 11; & g) \|x+4|-3\| = 5; & h) \|x+6|-8\| = 7; \\ i) \|x+2|-4\| = 6; & j) \|x+7|-10\| = 14; & k) \|x+12|-9\| = 6; & l) \|x+8|-13\| = 10. \end{array}$$

33. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuațiile:

$$\begin{array}{llll} a) |2x-7| = 11; & b) |2x+5| = 13; & c) |2x+3| = 9; & d) |2x-13| = 17; \\ e) |2x-11| = 19; & f) |2x-9| = 7; & g) |2x+15| = 13; & h) |2x-15| = 21; \\ i) |5-|2x-1|| = 8; & j) |7-|2x-3|| = 6; & k) |9-|2x+5|| = 8; & \\ l) |13-|2x+3|| = 10; & m) |15-|2x+7|| = 12; & n) |19-|2x-9|| = 16; & \\ o) ||2x-11|-7| = 10; & p) ||2x-3|-5| = 8; & r) ||2x+5|-9| = 14; & \\ s) ||2x+7|-13| = 12; & ș) ||2x-9|-15| = 18; & t) ||2x+13|-11| = 6. & \end{array}$$